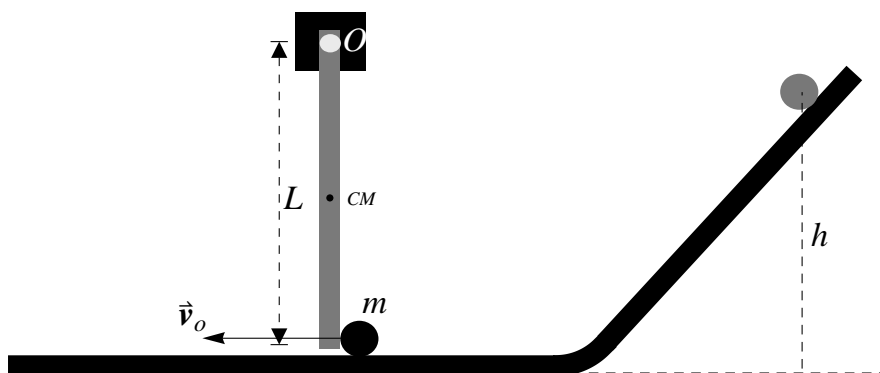


2º Teste de Mecânica e Ondas

(LEMat, LQ, MEBiol, MEAmbi, MEQ)

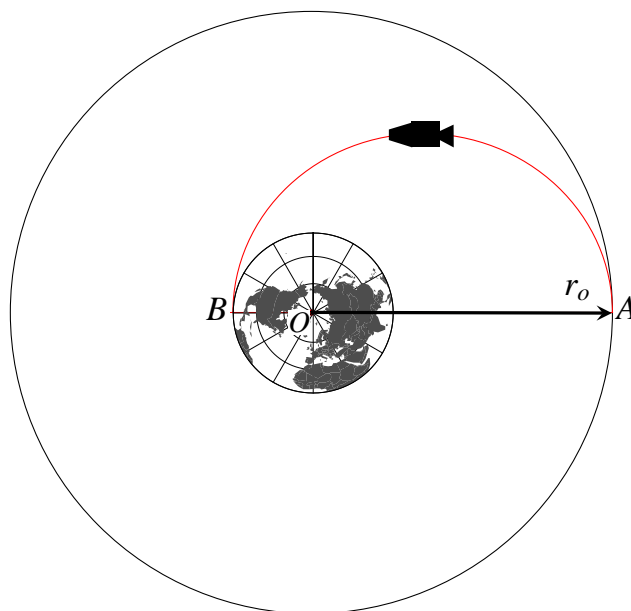
Quar 15:30 - 16:30 Qa-02.3
26 de Maio 2010

1. Um pêndulo físico constituído por uma barra homogénea de massa M e comprimento L está em repouso na posição indicada na figura, podendo girar livremente em torno dum eixo horizontal passando pela sua extremidade em O . Uma esfera de massa m de pequenas dimensões rola sem atrito a partir de uma altura h , indo colidir com o pêndulo físico na outra extremidade.



- 1- a) (3 val.)
Assumindo uma colisão elástica entre a barra e a esfera determine as velocidades da barra e da massa depois da colisão. Justifique os cálculos indicando as leis de conservação que usa.
- 1- b) (3 val.)
Determine uma expressão para o ângulo com a vertical θ_{max} que a barra atinge antes de voltar para trás.
- 1- c) (2 val.)
Determine qual a razão entre as massas m e M necessária para que a barra consiga dar uma volta completa em torno do ponto O .
- 1- d) (2 val.)
Se em vez de uma esfera tivéssemos um cilindro de raio R com a mesma massa m que roda sem escorregar a partir da altura h , qual seria a velocidade v_0 com que chegaria à barra? (O momento de inércia do cilindro é $I_{cm} = \frac{1}{2} mR^2$)

2. Uma nave espacial de massa m descreve uma órbita circular de raio r_o em redor da Terra. Designando por M_T e R_T respectivamente a massa e o raio da Terra, pretende-se efectuar a manobra de regresso à Terra usando uma órbita de transferência elíptica entre os pontos A e B .



2- a) (3 val.)

Mostre que a velocidade em A e B é perpendicular ao raio da órbita nesses pontos. Deduza que para uma órbita elíptica de semi-eixos a e b o momento angular verifica $L_o^2 = \frac{GMm^2 b^2}{a}$. Use-o com a lei das áreas $\frac{d\mathcal{A}}{dt} = \frac{1}{2m} \vec{L}_o$ para deduzir a 3ª Lei de Kepler $T^2 = C a^3$ e determine a constante C .

- (Sugestão: use a igualdade da energia mecânica total no apogeu (r_{max}) e perigeu (r_{min}) e a relação particular entre a velocidade v e L_o nesses pontos.)

- NB: A área de uma elipse de semi-eixos a e b é $\mathcal{A} = \pi ab$, onde $a = \frac{1}{2}(r_{max} + r_{min})$ e $b = \sqrt{r_{max} r_{min}}$.

2- b) (3 val.)

Determine a diferença de energia Mecânica entre as duas órbitas indicadas e a velocidade inicial e final da cápsula no ponto A ao preparar a manobra.

2- c) (2 val.)

Qual é a energia que a nave precisa dissipar para aterrar na superfície da Terra?

2- d) (2 val.)

Determine uma expressão para o tempo que leva a manobra de regresso de A a B . Justifique a sua resposta.