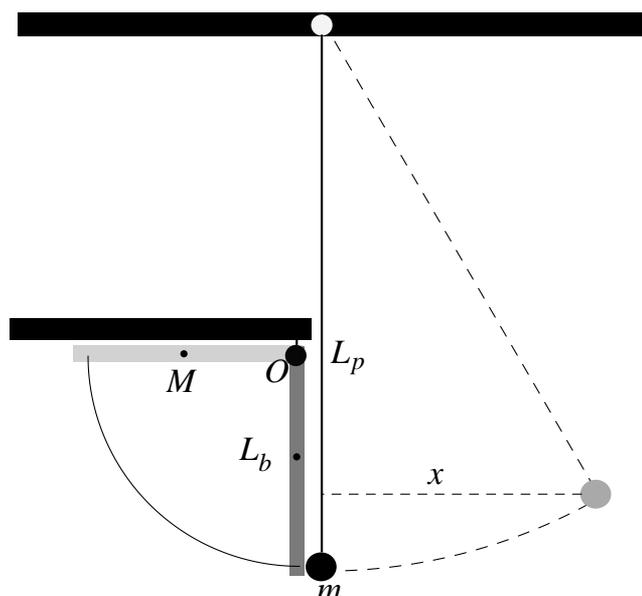


2º Teste de Mecânica e Ondas

(LEMat, LQ, MEBiol, MEAmbi, MEQ)

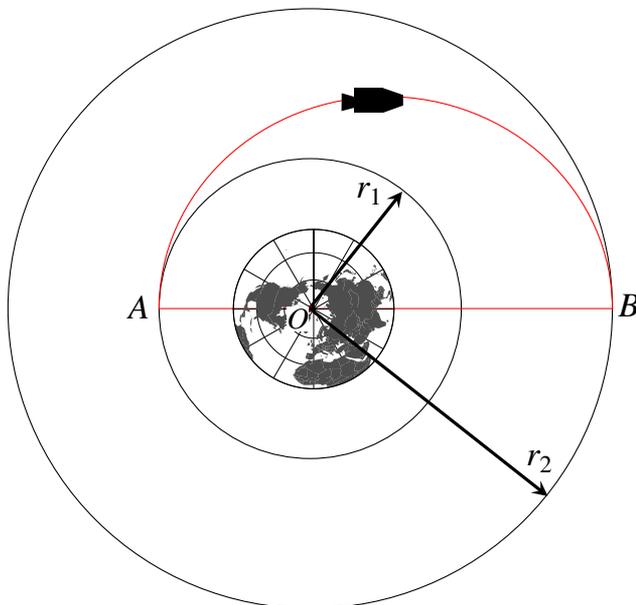
Ter 12:30 - 13:30 Ga-5
25 de Maio 2010

1. Um pêndulo físico constituído por uma barra homogênea de massa M e comprimento L_b é largado do repouso na posição indicada na figura, indo colidir com a massa m do pêndulo simples após girar em torno do eixo em O . Designando por L_p o comprimento do fio que prende a massa m determine:



- 1- a) (2 val.)
O momento de inércia da barra I_O em relação ao eixo de rotação em O , a energia cinética E_{cb} e o momento angular da barra \vec{L}_O quando chega à massa m .
- 1- b) (2 val.)
Assumindo uma colisão elástica entre a barra e a massa m determine as velocidades da barra e da massa à saída da colisão. Justifique os cálculos indicando as leis de conservação que usa.
- 1- c) (2 val.)
Determine a distância x a que a massa m chega da sua vertical inicial.
- 1- d) (2 val.)
Assumindo agora que a colisão é completamente inelástica, determine a velocidade do conjunto barra+massa à saída da colisão.
- 1- e) (2 val.)
Determine a posição do centro de massa do conjunto barra+massa e o novo momento de inércia em relação a O . Determine neste caso o ângulo máximo que o pêndulo físico+massa consegue fazer com a vertical depois da colisão se $M = 2m$.

2. Uma nave espacial de massa m descreve uma órbita circular de raio r_1 em redor da Terra de massa M .



2- a) (2 val.)

Mostre que a energia $E_{1,2}$ necessária para que a nave espacial passe da órbita de raio r_1 para uma outra órbita circular de raio r_2 é $E_{1,2} = \frac{GMm(r_2-r_1)}{2r_1r_2}$.

2- b) (4 val.)

Se a transferência de uma órbita para a outra for efectuada por intermédio de uma órbita semi-elíptica, determine que percentagens desta energia $E_{1,2}$ é necessário fornecer à nave respectivamente no apogeu A e no perigeu B , como indicado na figura.

2- c) (2 val.)

Mostre que para uma órbita elíptica de semi-eixos a e b o momento angular verifica $L_o^2 = \frac{GMm^2 b^2}{a}$ e use-o para exprimir a lei das áreas em termos de a e b .

- (Sugestão: use a igualdade da energia mecânica total no apogeu (r_{max}) e perigeu (r_{min}) e a relação particular entre a velocidade v e L_o nesses pontos.)
- NB: A área de uma elipse de semi-eixos a e b é $\mathcal{A} = \pi ab$, onde $a = \frac{1}{2}(r_{max} + r_{min})$ e $b = \sqrt{r_{max} r_{min}}$.

2- d) (2 val.)

Determine o tempo que leva esta transferência de órbita em função de r_1 e r_2 . Justifique a sua resposta.

- (Sugestão: Deduza a 3ª Lei de Kepler a partir da lei das áreas da alínea anterior.)