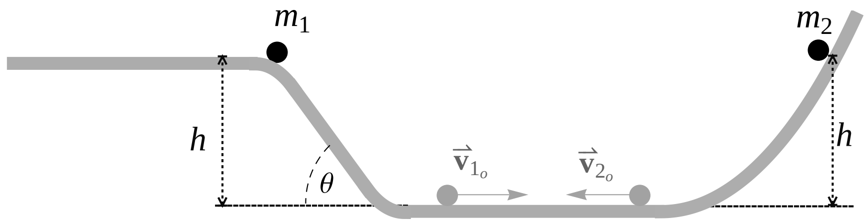
2º Exame de Mecânica e Ondas

(LEMat, LQ, MEBiol, MEAmbi, MEQ)

Quarta-feira 14 de Julho 2010
09:00 - 11:30

---

1. Duas massas m_1 e m_2 são largadas de repouso de uma altura h em rampas diferentes que vão dar à mesma superfície plana com ilustrado na figura. Considere que as massas colidem frontalmente no plano horizontal.



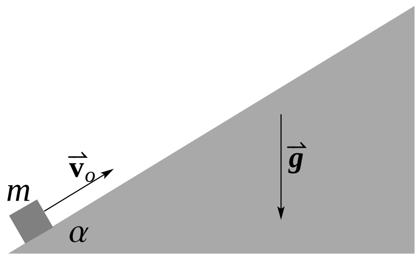
1- a) (1 val.) Determine as velocidades das massas m_1 e m_2 quando chegam ao plano horizontal.

1- b) (2 val.) Assumindo que a colisão é completamente inelástica, determine a velocidade final das massas e a variação de energia na colisão. Existe algum valor de $\frac{m_1}{m_2}$ para o qual as massas conseguem escapar para a plataforma horizontal de onde m_1 parte? Justifique a sua resposta.

1- c) (2 val.) Assumindo agora que as colisões são completamente elásticas, quais são as velocidades das massas após a colisão de m_1 com $m_2 = 2\,m_1$. (Sugestão: lembre-se da fórmula $\left(a^2 - b^2\right) \equiv (a-b)\,(a+b)$ para converter o sistema a equações lineares!)

---

2. Um objecto de massa m é disparado com velocidade $\vec{\mathbf{v}}_o$ numa rampa com inclinação α. Considere que há atrito na rampa, com coeficiente de atrito dinâmico μ.

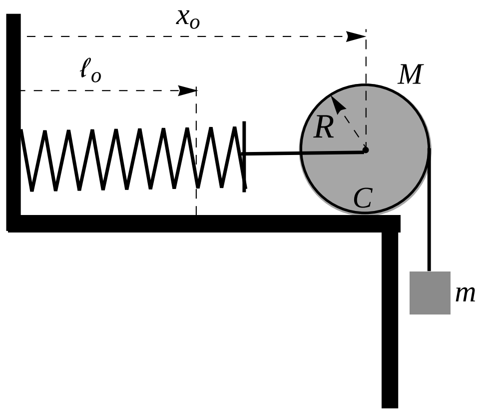


2- a) (2 val.) Escreva a equação para a distância percorrida pela massa sobre a rampa em função do tempo. Determine a altura máxima h que a massa atinge ao subir a rampa e o tempo que leva a chegar aí em função do ângulo α.

2- b) (2 val.) Qual é o ângulo α_{max} para o qual a distância percorrida sobre a rampa é máxima? E qual é o ângulo α para o qual a altura atingida é máxima? Justifique as suas respostas.

2- c) (1 val.) Assumindo que o objecto volta a descer depois de atingir a distância máxima sobre a rampa com α_{max}, determine o tempo que leva a descer de volta à posição inicial, e qual a velocidade $\vec{\mathbf{v}}_1$ nesse ponto.

3. Um cilindro homogéneo de raio R, massa M e comprimento H pode rolar sem deslizar sobre uma superfície plana. Ao eixo do cilindro está ligada uma mola de constante elástica k, comprimento natural ℓ_o e massa desprezável. Inicialmente uma massa m está pendurada dum fio preso à perifieria do cilindro com indica a figura.



3- a) (2 val.) Faça um diagrama das diversas forças $\vec{F}_i$ aplicadas ao cilindro e à massa m, na situação em que o sistema está em equilíbrio. Explique porque é que se não existisse uma componente de atrito no ponto de contacto C o sistema não poderia estar em equilíbrio qualquer que fosse a massa m.

3- b) (2 val.) Calcule o momento $\vec{M}_C^{(i)} = \left(\vec{r}_i - \vec{r}_C\right) \times \vec{F}_i$ das forças $\vec{F}_i$, aplicadas nas posições $\vec{r}_i$, relativamente ao ponto de contacto C e deduza a respectiva equação dos momentos no equilíbrio. Determine a partir desta o valor da massa m que mantém o sistema em equilíbrio para um dado valor de x_o.

3- c) (1 val.) A partir da equação de equilíbrio das forças aplicadas determine as componentes normal $\vec{N}$ e de atrito $\vec{F}_a$ da reacção $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_a$ do plano no ponto C. Calcule de seguida o valor mínimo do coeficiente de atrito estático μ_e que torna possível o equilíbrio do sistema, sabendo que $|\vec{F}_a| \leq \mu_e\, |\vec{N}|$.

4.

4- a) (2 val.) Um pequeno bloco pesando 40 N gira, sem atrito, apoiado numa mesa e preso por uma corda que passa por um orifício da mesa. O bloco descreve um círculo de raio $0.5\,m$, em torno do orifício, com uma velocidade inicial de $3\ \frac{m}{s}$. A corda é então puxada lentamente através do orifício, diminuindo o raio do círculo descrito pelo bloco. Sabendo que a corda aguenta até 200 N de tensão antes de romper, determine o raio do círculo quando a corda parte.

4- b) (2 val.) Um peão P parado à beira de uma estrada ouve a buzina emitida com uma frequência $f_o = 2\,kHz$ de um carro que passa perto dele com uma velocidade constante v_c. A razão entre as frequências f_+ e f_- ouvidas pelo peão antes e depois do carro passar por ele é $f_+/f_- = 1/2$. Assumindo que o som se propaga com uma velocidade $v_s = 345\,m/s$ no ar, determine a velocidade v_c com que o carro se desloca e as frequências ouvidas f_+ e f_-.

4- c) (1 val.) Se o som da buzina da alínea anterior for uma onda harmónica do tipo $y(x,\,t) = y_o\,sin(k\,x \pm \omega\,t)$ como escreveria a expressão para as ondas sonoras $y(x,\,t)$ quando o carro se aproxima e quando se afasta? Use valores concretos para k, ω em ambos os casos. Qual é a diferença entre os comprimentos de ondas antes e depois do carro passar por P?

- **NB:** Efeito de Doppler (v_e velocidade de emissor, v_r velocidade do receptor, v_s velocidade do som): $f' = \frac{v_s - v_r}{v_s - v_e}\, f_o$