

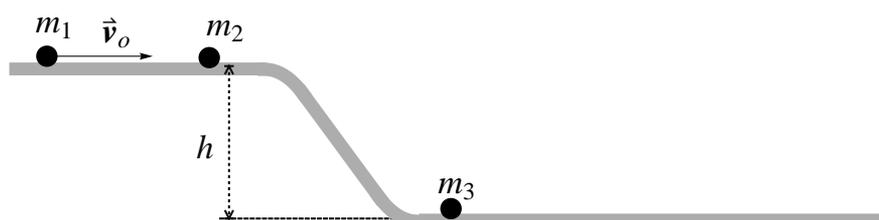
1º Exame de Mecânica e Ondas

(LEMat, LQ, MEBiol, MEAmbi, MEQ)

Quar 09:00 - 11:30
23 de Junho 2010

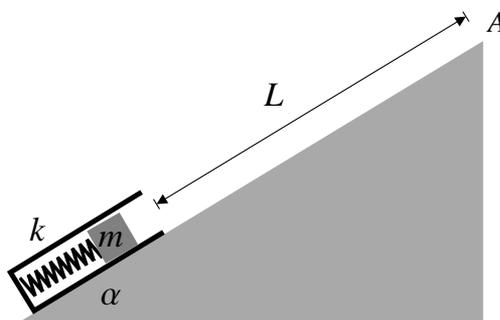
1. Três objectos de massas $m_1 = m_2 = m$ e $m_3 = 4m$ deslizam sem atrito numa superfície como indicado na figura.

Assumindo que apenas o primeiro se desloca com velocidade $\vec{v}_0 = \frac{1}{3} \sqrt{2gh}$, enquanto os outros estão inicialmente em repouso, determine justificando as suas respostas:



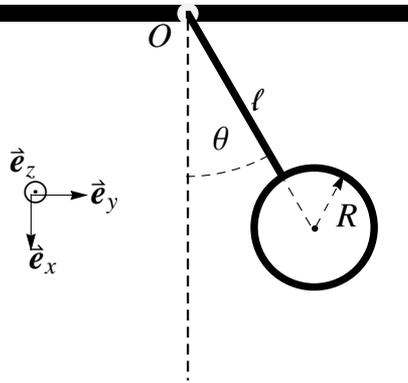
- 1- a) (1 val.) Quais as velocidades finais das massas assumindo que todas as colisões são completamente inelásticas. Qual é a variação da energia mecânica total do conjunto? (Explique o resultado.)
- 1- b) (2 val.) Assumindo agora que as colisões são completamente elásticas, quais são as velocidades das massas após a colisão de m_1 com m_2 e seguidamente de m_2 com m_3 .
- 1- c) (1 val.) Se a massa m_2 voltar para trás, qual é a altura z que consegue atingir quando volta a subir a rampa?
- 1- d) (1 val.) Haverá mais colisões depois da segunda? Se sim indique quantas e quais as velocidades resultantes das massas?

2. Um objecto de massa m é disparado numa rampa com inclinação α por canhão com mola de constante k . Assuma inicialmente que não existe atrito na rampa e que o movimento se dá no campo gravítico à superfície da Terra. Se a partir do ponto em que se separa da mola a massa m percorre uma distância L sobre a rampa determine:



- 2- a) (1 val.) A compressão mínima da mola $\Delta \ell_{min}$ que é necessária inicialmente para que a massa m salte da rampa em A quando disparada.
- 2- b) (2 val.) A velocidade de saída da rampa v_o e altura máxima h a que a massa m chega acima do ponto A da rampa quando a compressão inicial da mola é $\Delta \ell > \Delta \ell_{min}$.
- 2- c) (2 val.) Se agora considerarmos que existe atrito na rampa com coeficiente dinâmico μ , qual é o trabalho realizado por cada uma das forças que actuam na massa m até à saída da rampa nas mesmas condições iniciais? Qual deve ser a energia cinética à saída da rampa em A?

3. Um pêndulo físico é constituído por uma barra fina de massa $m = 4M$ e comprimento $\ell = 3R$ presa numa extremidade O a um eixo de rotação sem atrito, e na outra a um anel homogéneo de raio R e massa M , como indicado na figura.



- 3- a) (2 val.) Mostre que o momento de inércia da barra em relação ao eixo de rotação em O é $I_O(\text{barra}) = 12MR^2$ e que o momento de inércia do anel em relação ao mesmo eixo é $I_O(\text{anel}) = 17MR^2$. Determine a distância d_{cm} entre o eixo de rotação em O e o centro de massa do pêndulo.
- 3- b) (2 val.) A partir da equação que relaciona o momento angular \vec{L}_O com os momentos de forças aplicadas \vec{N}_O deduz a equação de movimento para o pêndulo em função do momento de inércia total I_O . Para pequenas oscilações (aquelas em que $\sin(\theta(t)) \approx \theta(t)$) determine a frequência de oscilação natural ω_o e o respectivo período T .
- 3- c) (1 val.) Calcule a velocidade do centro de massa e a energia cinética do pêndulo quando passa na posição vertical, se ele for largado do repouso da posição em que $\theta = 45^\circ$.
- **NB:** Momento de inércia de um corpo de massa M em relação a um eixo: $I = \int_M s(\vec{r})^2 dm(\vec{r})$, onde $dm(\vec{r})$ é um elemento de massa na posição \vec{r} à distância $s(\vec{r})$ do eixo.

4. Duas naves espaciais *Alpher* (α) e *Bethe* (β) deslocam-se em direcções opostas e na mesma rota. Quando *Alpher* passa junto à estação orbital *Gamow* (γ) um observador da estação mede velocidades de magnitude $|\vec{v}_\alpha| = 0.7c$ e $|\vec{v}_\beta| = 0.8c$ para as naves, e localiza *Bethe* uma distância $d = 100\,000\text{ Km}$.

- 4- a) (1.0 val.) Qual é a velocidade com que *Bethe* se aproxima de *Alpher* vista pelo piloto desta?
- 4- b) (0.5 val.) Qual é a distância $d_{\alpha\beta}$ entre as naves que o piloto da nave *Alpher* mede no instante em que passa por *Gamow*?
- 4- c) (1.0 val.) Quanto tempo é que o observador em *Gamow* estima que as naves têm até se cruzarem, se mantivessem as mesmas velocidades? Quanto tempo é que o piloto de *Alpher* mede até se cruzar com *Bethe*?

- **NB:** Transformadas de Lorentz:

$$x' = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}(x - vt) \quad ; \quad t' = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \quad ; \quad v'_x = \frac{v_x - v}{1 - \frac{v_x v}{c^2}}$$

- 4- d) (1.0 val.) Um morcego voa com velocidade horizontal constante de $15 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ em direcção a uma parede vertical de uma caverna. Assumindo que a velocidade do som na caverna é $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, qual a frequência do eco reflectido na parede que o morcego ouvirá se ele for capaz de emitir um som com frequência 60 kHz ?
- 4- e) (0.5 val.) Se o morcego detectar o eco 0.5 s depois de emitir o som, a que distância se encontra da parede?
- 4- f) (1.0 val.) Se a onda sonora que o morcego emite for harmónica (i.e. do tipo $A \sin(kx \pm \omega t)$) qual é:
- A frequência angular.
 - A velocidade de fase.
 - O número de ondas.
 - O comprimento de onda.

- **NB:** Efeito de Doppler: $f' = \frac{v_s - v_o}{v_s - v_e} f$